

# 独立坐标系在工程控制测量中的应用

钱正春

江苏中煤地质工程研究院有限公司

DOI:10.32629/gmsm.v2i5.348

**[摘要]** 中央子午线、高斯投影面是坐标系统数学基础的基本要素。引起长度变形两个主要因素,分别是高程归化改正和高斯投影变形改正,但是有些项目所在地区远离标准中央子午线;或者地区高程比较大,与参考椭球面都有一定的距离,长度变形超过了2.5cm/km。为了满足工程测量的要求,这就需要我们根据实际情况通过抵偿改正的技术手段来进行处理,建立独立坐标系就是比较通用的一种技术手段。

**[关键词]** 中央子午线; 高斯投影面; 长度变形

## 引言

引起长度变形两个主要因素,分别是高程归化改正和高斯投影变形改正。如果处理不好,在工程测量时,其成果不能满足一般工程放样的需要。因为施工放样时要求控制网由坐标反算的长度与实测的长度尽可能相符,而国家坐标系的坐标成果有时无法满足这些要求,这是因为国家坐标系每个投影带都是按一定的间隔(6°或3°)划分,由西向东有规律地分布,其中央子午线不可能刚好落在每个城市和工程建设地区的中央。再者国家坐标系的高程归化面是参考椭球面,各地区的地面位置与参考椭球面都有一定的距离,这两项将产生高斯投影变形改正和高程归化改正,经过这两项改正后的长度不可能与实测的长度相等。建立独立坐标系的主要目的就是为减小高程归化与投影变形产生的影响,将它们控制在一个微小的范围,使计算出来的长度在实际利用时(如工程放样)不需要作任何改算。

将地表点归化到参考椭球面以后,由于2个点之间均为一段弧线,任意2个点之间的长度就是该两点的弧长,在实际的日常的工程测量中,还要将弧长转换成直线长度。

## 1 高程归化长度变形的计算

地面上有两点A、B,它们在高斯投影平面上的直角坐标分别为A(X<sub>A</sub>, Y<sub>A</sub>)、B(X<sub>B</sub>, Y<sub>B</sub>),则可由式(1)计算出AB间的距离S:

$$S = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2} \quad (1)$$

式中: S表示在高斯投影平面上两点间的距离。

假如某两点平均高程为H<sub>m</sub>,水平距离为S,地面两点之间的水平长度归算到参考椭球面所产生变形的近似关系,用式(2)计算:

$$\Delta S_1 = -\frac{H_m}{R} S_m \quad (2)$$

式中: 而H<sub>m</sub>=(H<sub>A</sub>+H<sub>B</sub>)/2, H<sub>A</sub>、H<sub>B</sub>——分别为A、B两点的高程; R——平均曲率半径; S<sub>m</sub>——两点投影到参考椭球面上的弦长。

参考椭球面上的长度投影到高斯平面上所产生变形的

近关系,用式(3)计算:

$$\Delta S_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{Y_m}{R} \right)^2 \times S \quad (3)$$

式中: Y<sub>m</sub>——两点的横坐标(自然值)的平均值; R——平均曲率半径; S——两点(长度)归算到参考椭球面上的长度。

地面测量的边长改化到高斯平面上的近似改正数的计算式为:  $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$

根据以上公式(2)、公式(3),地球曲率半径R按6371计算的话,如果不考虑投影差,距中央经线45公里时,投影差达到2.5cm,如果不考虑距中央经线的距离,地面高程达到160米时,地面到椭球面的投影差达到2.5cm。

## 2 实例分析

该项目位于湖北省西北部丘陵山区的某乡镇,测区位于东经112°47′34″~112°53′27″,北纬31°09′11″~31°16′18″,平均高程117米。平面坐标系统统一采用“1980西安坐标系统”,高程系统采用“1985国家高程基准”。中央子午线按照地图投影标准3°带的标准方法选定,对应的中央子午线为114°。

该地区平均地面高程117米,变形-1.83cm,区域中心距离114°中央子午线105km,变形13.58cm,总投影差为11.75cm。

## 3 首级控制网的建立

### 3.1 已有测绘资料成果

通过对测区内部及周边控制点的调查,利用标石稳定,保存完好的控制点来进行GNSS联测。共调查C级平面控制点3个,所用的控制点均有中央子午线为114°的1980西安坐标详见(控制点调查表)。

表1 平面控制点调查表

点名	标石类型	等级	点位保存状况
T272	埋石	C	保存完好
T254	埋石	C	保存完好
T276	埋石	C	保存完好

### 3.2 数学基础

测区平均高程约117m,中央子午线为112°30′,测区投

影为1.5°带高斯投影,GNSS网的平面坐标系统选用1980西安坐标系,高程采用85黄海国家高程基准。投影面高程为117米高斯平面。

### 3.3起算数据的兼容性分析

已知控制点踏勘完成后,需对已知点进行可靠性及兼容性分析。分析方法采用约束平差比较法进行验算。在3个已知点上假设GNSS接收机进行同步观测,选择T272、T254两已知点为约束条件进行平差计算,可得到非约束已知点T276的约束平差坐标值,此值与T276点的已知坐标差值见表2,此处的计算时,分两种情况:一种直接用T272、T254、T276基于标准中央子午线下的平面坐标进行约束平差;第二种就是先将T272、T254、T276基于标准中央子午线下的平面坐标通过坐标转换软件转换到中央子午线112°30',投影面高程为117米的高斯平面坐标。

表2 约束平差计算结果差值表

点号	114 中央子午线		112° 30' 中央子午线		备注
	ΔX(m)	ΔY(m)	ΔX(m)	ΔY(m)	
T276	-0.011	0.008	-0.010	0.007	T254、T272 为起算点
T254	0.009	0.006	0.010	0.008	T276、T272 为起算点
T272	-0.010	0.008	0.008	0.005	T254、T276 为起算点

由此可以证明3个已知控制点可靠性与兼容性都能满足要求。

### 3.4控制点的选点埋石

本次E级控制点选点,充分考虑多方面因素:避免点位周围有强烈干扰卫星接收的干扰源,尽量避开大面积水域;远离大功率无线电发射源,其距离不小于200米;交通方便,有利于其它测量手段进行扩展和联测;选在视野开阔,基础坚实稳定,卫星截止高度角应大于15°,易长期保存的地方;点位分布要避免小角和长短边问题。地面上埋石按普通基本标石埋设。

### 3.5平面控制点观测

E级网使用南方S86TGNSS接收机3台套,其标称精度为,平面±(5mm+1ppm×D);高程±(10mm+2ppm×D)。作业前仪器经过检验,各项指标都符合要求。

GNSS观测采用静态定位方法施测,同步作业图形之间采用边连接的方式:

观测时段长度≥60min;卫星高度角≥15°;同步观测卫星≥4颗;E级网平均重复设站次数≥1.6;数据采样率10-30秒;几何图形强度因子PDOP≤5;天线高在观测前、后各量测一次,每次在三个互成120°的方向上量测三个读数,读数至1mm,互差不大于3mm。

### 3.6基线解算

基线解算采用HDS2003软件计算,把双差固定解作为基线解算的最终成果,共得到合格基线26条,平均距离5.838公里,基线中误差为±7.686mm,重复基线4对。重复基线的长度较差均满足下列要求:

$$ds \leq 2\sigma$$

其中: n表示环边数, σ表示标准差即  $\sigma = \sqrt{a^2 + (b \times d)^2}$

a表示固定误差,b为比例误差系数,d表示相邻点间距离(km)。

重复基线的长度较差最大为9.3mm < 2√2δ (21.737mm)。

### 3.7同步环解算成果检核

形成最小三边同步环共8个,同步环坐标分量相对误差均小于1ppm,环线边长相对闭合差平均5.47mm,最小为0.85mm,最大为13.02mm。

同步环情况:

环号	环总长	相对误差	ΔXmm	ΔYmm	ΔZmm	Δ边长mm	
1	17266.915	0.8Ppm	-6.760	9.263	6.156	13.015	T272 DQ01 DQ02
2	13366.789	0.4Ppm	-2.222	-4.275	3.580	6.002	T276 DQ04 DQ05
6	13131.560	0.5Ppm	0.754	0.344	6.399	6.452	T276 DQ06 DQ05
9	16627.441	0.1Ppm	-0.239	0.154	0.800	0.849	T276 DQ06 DQ02
11	15072.058	0.2Ppm	-0.589	-2.362	-0.327	2.456	T254 DQ07 DQ02
12	14337.751	0.5Ppm	-4.381	-0.000	-5.933	7.376	T254 DQ08 DQ07
15	15257.247	0.2Ppm	0.380	-0.644	-3.504	3.580	DQ10 DQ06 DQ09
16	12110.509	0.3Ppm	3.086	2.538	0.087	3.996	T254 DQ10 DQ09

图1 同步环情况一览表

### 3.8异步环解算成果检核

形成异步环共9个,异步环坐标分量闭合差及环线全长相对闭合差均满足下列要求,

$$W_x = W_y = W_z \leq 2\sigma$$

$$W = 2\sigma$$

其中: n——为独立环中边数

σ——相应等级规定的精度

异步环情况:

环号	环总长	相对误差	ΔXmm	ΔYmm	ΔZmm	Δ边长mm	
3	13366.786	0.4Ppm	-0.750	0.258	5.827	5.881	T276 DQ04 DQ05
4	13131.563	0.6Ppm	-0.718	-4.189	4.152	5.941	T276 DQ06 DQ05
5	13131.564	0.9Ppm	11.506	-2.909	1.150	11.924	T276 DQ06 DQ05
7	13131.561	1.0Ppm	12.978	1.624	3.397	13.514	T276 DQ06 DQ05
8	16627.439	0.8Ppm	-12.464	-1.126	3.802	13.079	T276 DQ06 DQ02
10	15072.041	1.3Ppm	-4.938	15.846	-11.689	20.301	T254 DQ07 DQ02
13	14337.768	1.9Ppm	-8.731	18.208	-17.295	26.587	T254 DQ08 DQ07
14	15257.231	2.9Ppm	11.004	-22.718	-96.728	44.567	DQ10 DQ06 DQ09
17	12110.524	3.4Ppm	13.730	-19.537	-33.137	40.845	T254 DQ10 DQ09

图2 异步环情况一览表

## 4 D级GNSS数据平差处理

### 4.1 D级网114度WGS-84坐标系三维无约束平差

全网基线共计24条参与平差,在基线数据处理及外业数据质量检验合格后,进行三维无约束平差。平差后,基线向量改正数都在允许值内,单位权中误差0.019米。各边长相对中误差均满足小于1/80000要求。

### 4.2 D级网114度1980年西安坐标系二维约束平差

利用T254、T272、T275等3个点为起算坐标,在1980年西安坐标系下进行二维约束平差。约束平差中基线向量的改正数与剔除粗差后的无约束平差同名基线的基线向量改正数较差(dV<sub>ΔX</sub>、dV<sub>ΔY</sub>、dV<sub>ΔZ</sub>),均符合下式要求:

$$dV_{\Delta X} \leq 2\delta; dV_{\Delta Y} \leq 2\delta; dV_{\Delta Z} \leq 2\delta$$

三维无约束平差后,将各三维基线向量投影至1980年西安坐标系高斯平面上(投影高程面为0米面),对二维基线向量进行二维约束平差。经二维约束平差,单位权中误差为0.012米。各边边长相对中误差均满足1/80000要求。

## 5 独立坐标系的建立

### 5.1 E级网112度30分WGS-84坐标系三维无约束平差

全网基线共计24条参与平差,在基线数据处理及外业数据质量检验合格后,进行三维无约束平差。平差后,基线向量改正数都在允许值内,单位权中误差0.021米。各边长相对中误差均满足小于1/45000要求。

### 5.2 E级网112度30分1980年西安坐标系二维约束平差

利用T254、T272、T275等3个点的转换坐标,在1980年西安坐标系下进行二维约束平差。约束平差中基线向量的改正数与剔除粗差后的无约束平差同名基线的基线向量改正数较差( $dV\Delta X$ 、 $dV\Delta Y$ 、 $dV\Delta Z$ ),均符合下式要求:

$$dV\Delta X \leq 2\delta; dV\Delta Y \leq 2\delta; dV\Delta Z \leq 2\delta$$

三维无约束平差后,将各三维基线向量投影至1980年西安坐标系高斯平面上(投影高程面为117米高斯投影面),对二维基线向量进行二维约束平差。经二维约束平差,单位权中误差为0.011米。各边边长相对中误差均满足1/45000要求。

## 6 数据比较

为了验证平差数据的可靠性,通过比较软件转换数据与平差数据的差值,同时利用全站仪实地测量加密控制点的距离与坐标反算距离进行了比较。

表3 转换坐标与平差坐标的比较

点号	转换坐标(m)		平差坐标(m)		差值比较(mm)	
	X	Y	X	Y	$\Delta X$	$\Delta Y$
DDQ01	451841.736	30717.029	451841.737	30717.027	1	-2
DDQ02	455835.435	27794.859	455835.435	27794.860	0	1
DDQ03	446997.929	33052.395	446997.931	33052.397	2	2
DDQ04	451823.362	36209.749	451823.360	36209.748	-2	-1
DDQ05	455485.863	32920.833	455485.862	32920.834	-1	1
DDQ06	459037.136	25565.104	459037.139	25565.104	3	0
DDQ07	464579.788	24544.290	464579.787	24544.292	-1	2
DDQ08	462908.378	33010.592	462908.377	33010.593	-1	1
DDQ09	460064.945	31755.899	460064.945	31755.899	0	0

备注说明,由于坐标位数太长,上述坐标已把前面百公里数字去除。

由上表可以看出,在中央子午线112°30'下的平差的坐标与通过114°标准带转换的坐标差值X最大绝对值为3mm,Y最大绝对值为2mm。残差满足相关规范要求。

在D级首级控制网的基础上,加密了E级控制网,通过E级

控制点的坐标反算距离与全站仪实测距离进行比较来验证独立坐标系所达到的效果。

表4 坐标反算距离与全站仪实测距离比较

测段	114° 坐标反算距离 (m)	112°30' 坐标反算距离 (m)	全站仪测距 (m)	$\Delta S1$ (m)	$\Delta S2$ (m)	$\Delta S1/S$	$\Delta S2/S$
E001-E002	1521.473	1521.350	1521.342	0.131	0.008	1/11613	1/190167
E003-E004	1445.980	1445.872	1445.861	0.119	0.011	1/12150	1/131442
E005-E006	1782.914	1782.783	1782.778	0.136	0.005	1/13108	1/356555

备注说明:以全站仪测距S为真值, $\Delta S1$ 为114°坐标反算距离与S的差值, $\Delta S2$ 为112°30'坐标反算距离与S的差值。

从上述表格的统计数据可以看出,基于中央子午线114°下的平面坐标反算的距离与全站仪测距的距离差值明显超过了2.5cm/km。通过改变投影中央子午线来纠正投影变形是可行的。

## 7 结论

对于变形超出规定的作业区域,由于采用标准中央经线其图上投影变形已经超出允许的范围,通过改变投影中央经线来纠正投影变形,在工程测量中应用比较广泛。但是在建立所谓的独立坐标系之前,务必要对起算点数据进行多方面的验算,更需要对平差成果进行验算,保证数据的可靠性与准确性,这样才能使用到工程项目中来。

## 【参考文献】

- [1]谭文专,汤阳城.公路设计与施工测量中独立坐标系的建立[J].地理空间信息,2018(06):110-112+4.
- [2]苑志刚,梁继东.地下管线测量独立坐标系的建立和转换[J].价值工程,2018(07):67-68.
- [3]李献民,李夕明.公路工程测量独立坐标系的建立方法探讨[J].科技资讯,2017(22):54-55.
- [4]梁永.高速铁路测量建立独立坐标系的数学模型[J].铁道工程学报,2017(07):34-36+53.
- [5]冯林刚.GPS测量控制网纳入独立坐标系的方法[J].地矿测绘,2017(03):6-8+5.

## 作者简介:

钱正春(1982--),男,江苏溧阳人,汉族,本科学历,高级工程师,测绘工程专业,从事工作:测绘生产管理工作。