

# 既有线路平面曲线要素拟合还原模型设计

艾扬权 兰传喜

中国十九冶集团有限公司

DOI:10.32629/gmsm.v2i4.287

**[摘要]** 本文提出线路平面曲线要素的拟合方法,详细介绍既有线路平面曲线要素拟合计算模型计算过程,通过建立拟合模型快速获取既有线路工程的曲线设计要素。

**[关键词]** 平面曲线; 曲线要素; 拟合计算

随着时间的推移,道路、铁路、轻轨等线路工程逐渐进入维修加固时期,需要对位于线路上的构筑物进行维护保养,或者根据发展需要进行改扩建。为了复合既有线路的线形,需要获取既有线路的线形参数。对于近现代的线路工程,可以从城建档案馆获得线型控制参数文件,通过收集得到;对于遗留下来的既有路线,很难找到相应的线形参数文件,对此我们需要通过一定的方式来获取最合适的线形控制参数,以便满足新设计与既有路线保持一致。

## 1 线路曲线要素拟合计算的背景及意义

城市化进程的推进,各种线路工程蜂拥而起,随着时间的推移,线路工程逐渐出现疲劳性和功能受限性,为保持既有线路的技术标准、拓展通行能力、改善行车条件<sup>[1]</sup>,为满足发展的需要,对既有线路进行维护或改扩建,以满足实际需要。

对于既有线路工程,要进行与原线路进行符合性设计,就需要有原线路参数。但现实问题是这些工程往往很难收集到原始线形控制文件,或者能收集到部分但不完全。鉴于此现状,通过研究寻求合理方法获取与既有线路工程最合适的线形控制参数就相当有必要了。

有了最或是拟合曲线要素后,就可以根据这些参数进行相关性的设计,保证设计文件与实地衔接的完整性。

## 2 线路曲线要素拟合计算的内容

线路工程是由直线、缓和曲线和圆曲线等线形组合而成的线路工程。缓和曲线<sup>[2]</sup>是设置在直线和圆曲线之间的一种线型,起到缓和与过度作用,用于减小离心力变化以便行车安全平稳。众所周知,线路工程的线型控制参数主要由切线方位角  $A_0$ 、线路转向角  $\alpha$ 、曲线半径  $R$ 、缓和曲线长  $l_0$  及各交点坐标  $(X,Y)$  和交点里程。根据这些主要参数可以计算得到加设缓和曲线后使切线增长的距离  $m$  和设缓和曲线而使圆曲线相对切线的内移量  $P$ ,利用缓和曲线计算公式进而计算出线路各点的线位数据。

线路曲线要素拟合是对既有的线路,经过测量手段获取线路上各部位大量离散的点,建立合适的拟合模型,将离散点带入拟合求得相应拟合参数,是实际线形控制参数的逆过程。

线路曲线要素拟合参数同线型控制参数一致,即切线方位角、线路转向角、圆曲线半径、缓和曲线长、交点坐标及

里程。

## 3 线路曲线要素拟合模型的设计原理

线路曲线要素拟合模型根据线形组合方式分为三个部分,分别是直线段拟合模型、圆曲线段拟合模型和缓和曲线段拟合模型。

### 3.1 直线段拟合模型

直线就是由平面直角坐标系中的一个二元一次方程所表示的图形。直线通常用表达式有一般式、斜截式、点斜式、截距式等。本拟合模型结合回归线性<sup>[3]</sup>特性,采用直线斜截式,运用最小二乘原理拟合其方程系数。

纵轴表示  $X$ (北方向),横轴表示  $Y$  轴(东方向),那么,测量拟合直线斜截式  $X = aY + b$ ,即  $Y = \frac{1}{a}X + \frac{b}{a}$ ;按照线性回归直线最小二乘原理,确定系数  $a$  和  $b$ 。

$a$  与  $b$  的拟合计算按(3.1-1)、(3.1-2)式进行计算,

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum_{i=1}^n Y_i^2 - n\bar{Y}^2} \quad (3.1-1)$$

$$\hat{b} = \bar{X} - \hat{a}\bar{Y} \quad (3.1-2)$$

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (3.1-3)$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \quad (3.1-4)$$

在两拟合直线参数具备之后,利用位于直线上的坐标数据特性,根据交点坐标  $(X_J, Y_J)$  位于两直线上,符合两直线的直线方程,设交点坐标为  $J(X_J, Y_J)$ , 即

$$X_J = a_1 Y_J + b_1 \quad (3.1-5)$$

$$X_J = a_2 Y_J + b_2 \quad (3.1-6)$$

整理交点坐标  $(X_J, Y_J)$  按(3.1-7)式计算。

$$Y_J = \frac{b_1 - b_2}{a_2 - a_1} \quad (3.1-7)$$

$$X_J = \frac{b_1 a_2 - a_1 b_2}{a_2 - a_1} \quad (3.1-8)$$

同时,对于测量坐标系,根据测量坐标方位角定义:由坐标纵线(北方向)为基本方向,顺时针方向旋转到一方向线所

形成的夹角。 $\bar{a}$  的值等于切线方位角的余切值,那么直线的切线方位角正切值 $\tan(A_0) = \frac{1}{\bar{a}}$ 。

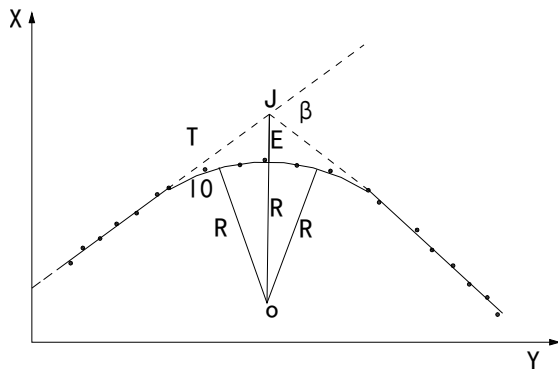


图 3.1-1 曲线要素拟合图

图 3.1-1 曲线要素拟合图

有了切线方位角的正切值,根据方位角反算原理,计算出各直线在测量坐标系下的坐标方位角。对于一个完整的缓和曲线设计的线路工程,就可以拟合出两直线段(入缓和曲线的直线和出缓和曲线的直线)的坐标方位角参数,根据方位角计算式(3.1-4)分别求得的切线方位角 $A_1$ 、 $A_2$ ,从而可以得知该线路段的转向角 $\beta$ , $\beta$ 值按(3.1-5)计算。

$$(3.1-4)$$

那么,线路偏向角(转角)为:

$$\beta = A_2 - A_1 \quad (3.1-5)$$

### 3.2 圆曲线拟合模型

通过测量圆(上的)离散点,拟合出曲线圆的半径 $R$ 。设测得圆曲线上的 $n$ 各离散点,由圆曲线的一般方程可知任一点 $i$ 的坐标 $(x_i, y_i)$ 都应满足下列关系式:

$$x_i^2 + y_i^2 + Dx_i + Ey_i + F = 0 \quad (3.2-1)$$

那么对应的圆的圆心坐标 $(x_0, y_0)$ 及半径 $R$ 为:

$$x_0 = -\frac{D}{2}, y_0 = -\frac{E}{2} \quad (3.2-2)$$

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{D^2 + E^2 - 4F} \quad (3.2-3)$$

对 $D$ 、 $E$ 、 $F$ 的求解,根据 $n$ 个离散点组成误差方程,运用伴随矩阵求逆法解得出:

$$\Delta = nOT + 2QUP - Q^2T - U^2O - nP^2 \quad (3.2-4)$$

$$D = \frac{1}{\Delta}(U^2M - nTM + nPV - QUV + QTW - PUW) \quad (3.2-5)$$

$$E = \frac{1}{\Delta}(nPM - QUM + Q^2V - nOV + OUW - PQW) \quad (3.2-6)$$

$$F = \frac{1}{\Delta}(QTM - PUM + OUV - QPV + P^2W - OTW) \quad (3.2-7)$$

其中:

$$O = [xx], P = [xy], Q = [x], M = [x(x^2 + y^2)], T = [yy], U = [y], V = [y(x^2 + y^2)], W = [x^2 + y^2]$$

### 3.3 缓和曲线拟合模型

缓和曲线段计算原理:根据交点坐标 $(x_j, y_j)$ 及圆心坐标 $(x_0, y_0)$ 通过坐标反算求解出距离 $S$ ,从而得到外矢距 $E$ ,再根据外矢距的求解公式逆算出缓和曲线长 $l_0$ 。

距离 $S$ 按(1.3-1)式进行计算:

$$S = \sqrt{(X_j - x_0)^2 + (Y_j - y_0)^2} \quad (3.3-1)$$

外矢距 $E$ 按(1.3-2)式进行计算:

$$E = S - R + P \quad (3.3-2)$$

结合外矢距正算公式(1.3-3)及(1.3-2)计算缓和曲线长。

$$E = (R + P)\sec\frac{\beta}{2} - R \quad (3.3-3)$$

$$\text{式中: } P = \frac{l_0^2}{24R}$$

从而,获取缓和曲线 $l_0$ 的计算公式为1.3-4)

$$l_0 = \sqrt{\frac{24R(S - R \sec\frac{\beta}{2})}{\sec\frac{\beta}{2} - 1}} \quad (3.3-4)$$

## 4 结论

本文通过建立曲线拟合模型,快速获得线路交点坐标、直线切线方位角、偏向角、圆曲线半径、缓和曲线长等基本曲线要素,为获取既有线路曲线参数提供了便捷计算,同时为设计院提供了基本的现状参数,以便设计院设计的方案能与现状线路工程完美结合,确保设计质量。

### 参考文献

[1]刘成志,张步才.基于既有道路改建路线测设和曲线拟合方法的探讨[J].西南公路,2006(4):24-25.

[2]张正禄.关于“工程测量学”课程的教学思考[J].测绘通报,2014(10):125-127.

[3]靳海亮.工程测量学教学改革探讨[J].职业教育研究,2005(9):90-91.

### 作者简介:

艾扬权(1984--),男,重庆石柱人,注册测绘师,从事测绘管理工作。